

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

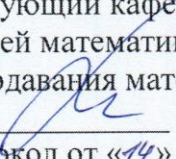
 Журавлева Е.А.
« 15 » 01 2026 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Высшая математика

По направлению подготовки – 44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки – Компьютерные системы и образовательная
робототехника
Квалификация выпускника – бакалавр
Форма обучения – очная
Курс – 1 курс (1-2 семестр)

Разработчик
Доцент кафедры ВМ и МПМ,
Жукова Виктория Николаевна
Заведующий кафедрой
высшей математики и методики
преподавания математики

 Кривко Я.П.
Протокол от «14» 01 2026 г., № 6

Луганск, 2026

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Высшая математика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование и профилю Компьютерные системы и образовательная робототехника, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 125 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области. ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания предметной области, психолого-педагогические знания и научно-обоснованные закономерности организации образовательного процесса.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
1 семестр/ 1–2 триместр		
Тема 1. Элементы линейной алгебры.	ОПК–8	Индивидуальное задание, контрольная работа
Тема 2. Основы математического анализа	ОПК–8	Индивидуальное задание, самостоятельная работа
Тема 3. Дифференциальное	ОПК–8	Индивидуальное задание,

исчисление функции одной переменной		контрольная работа
Тема 4. Интегральное исчисление функции одной переменной	ОПК–8	Индивидуальное задание, контрольная работа
Тема 5. Дифференциальные уравнения	ОПК–8	Индивидуальное задание, контрольная работа
Промежуточная аттестация	ОПК–8	Зачет, экзамен (устный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОПК-8	<p>Знает: особенности решения стандартных задач профессиональной деятельности с использованием основных понятий линейной алгебры, математического анализа, теории дифференциальных уравнений; основные математические методы и подходы для обоснования принимаемых проектных решений; современные инструментальные средства, используемые при построении, анализе и оценке теоретико-вероятностных и статистических моделей.</p> <p>Умеет: решать стандартные задачи профессиональной деятельности, применяя методы высшей математики; устанавливать границы применимости методов; применять математические модели и методы для обоснования принимаемых проектных решений.</p> <p>Владет: системой фундаментальных математических понятий, навыками решения задач по основным разделам математики; навыками построения математических моделей процессов и содержательной интерпретации полученных результатов; средствами проверки адекватности моделей и методов для обоснования принимаемых проектных решений; навыками осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Очная форма обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
1-2 семестр	
Оформление конспектов лекционных и практических занятий	5
Работа на практических занятиях	30
Выполнение контрольной работы	10
Выполнение индивидуального задания	25
Экзамен	30
Итого:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
---	--------------------	---	---------------------------

Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над	Не зачтено

		материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

1.5. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

2026/2027 учебный год

ИНСТИТУТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ,
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

экзамен (устный) по дисциплине «Высшая математика»

Код/названия направлений подготовки **44.03.01 «Педагогическое образование.**

Профиль: Компьютерные системы и образовательная робототехника

ОФО

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Матрицы. Действия над матрицами. Их свойства.
2. Функция и ее свойства. Способы задания функций.

3. Вычислить пределы а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 3)^7}{(3x - 2)^5 (x^2 - 1)}$
б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{2x - 7}$

Утверждено на заседании кафедры ВМ и МПМ, протокол № ____ от _____ 2026 года.

Заведующий кафедрой _____

ФИО

Экзаменатор _____

ФИО

8. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12 \\ 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 16 \end{cases}.$$

Самостоятельная работа «Пределы. Непрерывность функции»

1. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 4}$.

2. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^7}{(3x-2)^5(x^2-1)}$, б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{2x-7}$,

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$, г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 - 4x} \right)$.

3. Исследовать на непрерывность функцию и классифицировать точки разрыва:

$$y = \begin{cases} x+1, & \text{если } x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2; \\ 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Индивидуальное задание 1

1. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель четвертого порядка: 1) используя разложение по строке или столбцу; 2) сведя к ступенчатому виду.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -7 & 8 & -9 \\ -1 & 3 & -5 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

4. Даны уравнение кривой 2-го порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 3 = 0$ и уравнение прямой $x + 2y + 3 = 0$. Найти канонический вид уравнения кривой; точки пересечения кривой и прямой; сделать чертеж.
5. Привести данное уравнение поверхности к каноническому виду. Построить поверхность методом сечений $25x^2 - y^2 + 4z^2 + 100 = 0$
6. Вычислить пределы:
 - а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x - 9}{3x^2 + 5x - 12}$ при 1) $x_0 = 2$; 2) $x_0 = -3$; 3) $x_0 = \infty$;
 - б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x + 1} - \sqrt{7 - x}}$
7. Исследовать на непрерывность: $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

Контрольная работа № 2

«Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

1. Найти производные функций: а) $y = 3x^4 - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt[5]{x^3}$; б) $y = \sin^3(2x) \cdot \cos(5x^3)$
2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \frac{8}{4 + x^2}$ в точке $x_0 = 2$.
3. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:
 - а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1 + \ln x}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{2x} + 1}{4e^{5x} - x}$.
4. Найти интервалы монотонности функции: $y = x^3 - 3x^2 - 36x + 1$.
5. Материальная точка движется по прямой по закону $s = 6t^2 - t^3$. Найти максимальную скорость движения?
6. Провести полное исследование функции и построить график $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$

Контрольная работа № 3

«Интегральное исчисление функции одной переменной»

1. Найти неопределенные интегралы
 - а) $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - 2x^3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$, б) $\int \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right) dx$, в) $\int \frac{x}{x^2 - 5} dx$, г) $\int x e^{-x} dx$;
 - д) $\int \frac{3x^2 - 15}{(x - 1) \cdot (x^2 + 5x + 6)} dx$.

2. Вычислить определенные интегралы

$$a) \int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-8x^2}}; \quad б) \int_2^6 \sqrt{x-1} dx; \quad в) \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx; \quad г) \int_3^5 \frac{x dx}{\sqrt{x^2-2}}; \quad д) \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^2 - 2x + 3$, $y = 4 - 2x$

4. Найти объем тела вращения вокруг оси Ох: $y = x^2$, $x + y - 6 = 0$.

Контрольная работа № 4 «Функции нескольких переменных»

1. Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

2. Вычислить частные производные первого и второго порядков: $z = \arcsin \frac{x}{y}$

3. Найти полные дифференциалы функций: $z = e^{xy} \cdot (x + y)$.

4. Вычислить приближенно: $\sqrt{3,98} \cdot (1,03)^{3,98}$

5. Найти производную функции в заданном направлении l : $z = 3x^4 - xy + y^3$, l составляет с Ох угол 60° .

6. Найти градиент функции $z = 7 - x^2 - y^2$ и его модуль в точке М (1,2)

Индивидуальное задание 2

1. Вычислить производные:

$$\begin{array}{llll} a) & б) & в) & г) \\ y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}; & y = (e^{\sin x} + 3x)^3; & y = \ln \arctg \sqrt{x}; & y = (x+1)^{\sin x}; \end{array}$$

2. Вычислить производные:

$$\begin{array}{ll} a) & б) \\ x^2 + y^2 - 2y = 0; & \begin{cases} x = t - \ln t \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases} \end{array}$$

3. Вычислить предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$

4. Исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики

$$\begin{array}{ll} a) & б) \\ y = 2x^3 - x^2 + 4x + 1; & y = \frac{2}{1+x^2} \end{array}$$

5. Вычислить неопределенные интегралы:

$$\begin{array}{lll} a) & б) & в) \\ \int x^2 \sqrt{2-x} dx; & \int \ln^2 x dx; & \int \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 12} \end{array}$$

6. Вычислить определенные интегралы:

а)

$$\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1)dx;$$

б)

$$\int_0^{\pi} x \sin x dx$$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками: $y = \frac{4}{x^2}$, $x=1$, $y=x-1$

8. Найти длину дуги кривой $y = \sqrt{x^3}$, $0 \leq x \leq 4$

9. Вычислить несобственный интеграл или установить расходимость:

$$\int_0^{\infty} \cos(\pi - 3x) dx.$$

10. Найти область определения функции и изобразить ее на плоскости:

$$z = \frac{3xy}{(2x-5y)}$$

11. Найти частные производные первого и второго порядка: $z = 3x^2y + \frac{x}{y}$.

12. Вычислить значение, используя дифференциал: $e^{0,01} \cdot (2,02)^2$.

13. Найти градиент функции в точке А и производную в точке по направлению вектора:

$$z = \arctg \frac{x}{y},$$

$$A(1;1),$$

$$\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Контрольная работа №5 «Дифференциальные уравнения»

1. Укажите ДУ с разделяющимися переменными

а) $(x+y)dx + \cos y dy = 0$; б) $\sin y dy = (x^2 + x^2 y^2) dx$;

в) $\operatorname{tg} y dy = (x^2 + xy) dx$; г) $y' - y = x^3$.

2. Укажите дифференциальное уравнение третьего порядка

а) $y'' - y' = 3$; б) $y''' + x = 0$; в) $y \cdot y' + 3x = 0$; г) $y' + \frac{y}{x} = y^3$.

3. Укажите линейное ДУ первого порядка.

а) $y' = ye^x$; б) $y' = \frac{x-y}{3x+5y}$; в) $y' = y \cdot x^2 + e^x$; г) $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{e^y + 5}$.

4. Дифференциальное уравнение $y'(x^2 + 9) = y^3 - 1$ является

а) дифференциальным уравнением второго порядка;

б) дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными;

в) линейным дифференциальным уравнением;

г) однородным дифференциальным уравнением.

5. ДУ вида $2(y')^2 = (y-1)y''$ решается с помощью замены

а) $y' = p(x), y'' = \frac{dp}{dx}$; б) $y' = p(y), y'' = p \frac{dp}{dy}$;

в) $y = u(x) \cdot v(x), y' = u'v + uv'$; г) $y = x \cdot u, y' = u + xu'$.

6. Запишите характеристическое уравнение ДУ $y'' + 5y = 2x$.

7. Общий интеграл ДУ $\frac{dy}{y+5} = \cos 3x dx$ имеет вид

а) $\ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x + c$; б) $\frac{1}{5} \ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x + c$;

в) $\ln|y+5| = \sin 3x + c$; г) $\ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x$.

8. Проинтегрировать дифференциальное уравнение с разделяющимися

переменными. Решить задачу Коши: $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, y(0) = 1$

9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$y'' + 2y' + y = 0$$

Индивидуальное задание 3

1. Решить уравнение: $xyy' = \frac{1+x^2}{1-y^2}$.

2. Решить уравнение: $xy + y^2 = (2x^2 + xy) y'$.

3. Решить задачу Коши: $y' + 2xy = x e^{-x^2}, y(0) = 0$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка: $(1-x^2) \cdot y'' - xy' = 2$.

5. Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее заданным начальным условиям: $y'' - 7y' + 10y = 0; y(0) = 0; y'(0) = -3$.

6. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям:

$$y'' - 3y' + 2y = (3 - 4x) \cdot e^{2x}; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

7. Найти решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее заданным начальным условиям, двумя способами: а) с помощью характеристического уравнения; б) методом операционного исчисления.

$$\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y; \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 3.$$

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет, экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Матрицы. Действия над матрицами. Их свойства.
2. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков. Свойства определителей.
3. Элементарные преобразования матриц.
4. Обратная матрица, её вычисление и свойства.
5. Базисный минор матрицы.
6. Ранг матрицы. Его свойства.
7. Системы линейных алгебраических уравнений.
8. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.
9. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.
10. Метод Гаусса решения линейных систем.
11. Числовые множества. Множество вещественных чисел.
12. Функция и ее свойства. Способы задания функций.
13. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
14. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах.
15. Предел функции в точке.
16. Предел функции в бесконечности.
17. Бесконечно малые в точке функции, их свойства.
18. Некоторые замечательные пределы.
19. Непрерывность функций в точке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
20. Понятие функции, дифференцируемой в точке.
21. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
22. Производная функции, ее смысл в различных задачах.
23. Правила нахождения производной и дифференциала.
24. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
25. Дифференцирование неявных функций.
26. Дифференцирование степенно – показательных функций.
27. Производные и дифференциалы высших порядков.
28. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши.
29. Правило Лопиталя.
30. Условия монотонности функции. Экстремумы функции. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.

31. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций.
32. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
33. Первообразная функция (основные понятия и теоремы). Определение неопределённого интеграла.
34. Основные свойства неопределённого интеграла.
35. Основные методы интегрирования (непосредственно, разложением, заменой переменной).
36. Интегрирование по частям.
37. Интегрирование рациональных дробей (общая схема).
38. Интегрирование тригонометрических функций.
39. Интегрирование иррациональных функций.
40. Определённый интеграл (определение, основные понятия).
41. Свойства определённого интеграла.
42. Способы вычисления определённого интеграла
43. Геометрические приложения определённого интеграла.
44. Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения.
45. Понятие дифференциального уравнения. Понятие решения дифференциального уравнения, общего и частного решения.
46. Задача Коши.
47. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
48. Линейные дифференциальные уравнения. Решение линейных дифференциальных уравнений методом вариации постоянной (методом Лагранжа)
49. Линейные дифференциальные уравнения. Решение линейных дифференциальных уравнений методом подстановки $y = u \cdot v$ (методом Бернулли).
50. Дифференциальные уравнения Бернулли.
51. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
52. Дифференциальные уравнения 1-го порядка в полных дифференциалах.
53. Дифференциальные уравнения высших порядков. Типы уравнений, допускающих понижения порядка.
54. Дифференциальные уравнения второго порядка. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
55. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
56. Системы дифференциальных уравнений. Основные методы решения.
57. Приложения ОДУ в различных областях.

Вопросы к диагностической работе

1. Квадратная матрица называется вырожденной, если её определитель ...
 - а) $= 0$
 - б) $\neq 0$
 - в) $= 1$
 - г) $\neq 1$
2. При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение:
 - а) $r(A) < n$
 - б) $r(A) = n$
 - в) $r(A) > n$
 - г) $r(A) = 0$
3. Если матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, то $4A$ имеет вид:
 - а) $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 12 & -2 \end{pmatrix}$
 - б) $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
 - в) $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$
 - г) $A = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$
4. Решая систему 4-х линейных уравнений с 4-мя неизвестными методом Гаусса получили матрицу: $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & 9 & 1 & -3 \\ 0 & 8 & 32 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{array} \right)$, значит, данная система
 - а) имеет единственное решение
 - б) имеет бесконечное множество решений
 - в) не имеет решений
 - г) имеет два ненулевых решения
5. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ найти элемент c_{23} произведения $C = B \cdot A$.
6. Решить системы уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 4 \\ 7x_1 + 4x_2 = 8 \end{cases}$
7. Решить систему матричным способом $\begin{cases} 3x - y - z = -3 \\ x + z = 5 \\ y - z = -2 \end{cases}$

8. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12 \\ 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 16 \end{cases}.$$

9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 4}$.

10. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 3)^7}{(3x - 2)^5 (x^2 - 1)},$$

11. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{2x - 7},$$

12. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1},$$

13. Вычислить пределы

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 - 4x} \right).$$

14. Исследовать на непрерывность функцию и классифицировать точки разрыва:

$$y = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2; \\ 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

15. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

16. Вычислить определитель четвертого порядка: 1) используя разложение по строке или столбцу; 2) сведя к ступенчатому виду.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -7 & 8 & -9 \\ -1 & 3 & -5 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

17. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

18. Даны уравнение кривой 2-го порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 3 = 0$ и уравнение прямой $x + 2y + 3 = 0$. Найти канонический вид уравнения кривой; точки пересечения кривой и прямой; сделать чертеж.

19. Привести данное уравнение поверхности к каноническому виду. Построить поверхность методом сечений $25x^2 - y^2 + 4z^2 + 100 = 0$

20. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x - 9}{3x^2 + 5x - 12} \text{ при 1) } x_0 = 2; \quad 2) x_0 = -3; \quad 3) x_0 = \infty;$$

21. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x + 1} - \sqrt{7 - x}}$$

22. Исследовать на непрерывность: $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

23. Найти производную функции:

$$y = 3x^4 - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt[5]{x^3}$$

24. Найти производную функции:

$$y = \sin^3(2x) \cdot \cos(5x^3)$$

25. Составить уравнение касательной к кривой $y = \frac{8}{4 + x^2}$ в точке $x_0 = 2$.

26. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1 + \ln x};$$

27. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{2x} + 1}{4e^{5x} - x}.$$

28. Найти интервалы монотонности функции: $y = x^3 - 3x^2 - 36x + 1$.

29. Материальная точка движется по прямой по закону $s = 6t^2 - t^3$. Найти максимальную скорость движения?

30. Провести полное исследование функции и построить график $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$

31. Найти неопределенный интеграл $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - 2x^3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$

32. Найти неопределенный интеграл $\int \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right) dx$

33. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x}{x^2 - 5} dx$

34. Найти неопределенный интеграл $\int x e^{-x} dx$

35. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{3x^2 - 15}{(x-1) \cdot (x^2 + 5x + 6)} dx$.

36-40. Вычислить определенные интегралы

36. а) $\int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-8x^2}}$; б) $\int_2^6 \sqrt{x-1} dx$; в) $\int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx$; г) $\int_3^5 \frac{xdx}{\sqrt{x^2-2}}$; д) $\int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx$.

41. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = x^2 - 2x + 3, \quad y = 4 - 2x$$

42. Найти объем тела вращения вокруг оси Ох: $y = x^2, x + y - 6 = 0$.

43. Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

44. Вычислить частные производные первого и второго порядков:

$$z = \arcsin \frac{x}{y}$$

45. Найти полные дифференциалы функций: $z = e^{xy} \cdot (x + y)$.

46. Вычислить приближенно: $\sqrt{3,98} \cdot (1,03)^{3,98}$

47. Найти производную функции в заданном направлении l :

$$z = 3x^4 - xy + y^3, l \text{ составляет с Ох угол } 60^\circ.$$

48. Найти градиент функции $z = 7 - x^2 - y^2$ и его модуль в точке М (1,2)

49. Вычислить производные:

а) $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$; б) $y = (e^{\sin x} + 3x)^3$; в) $y = \ln \arctg \sqrt{x}$; г) $y = (x+1)^{\sin x}$;

50. Вычислить производные:

а) $x^2 + y^2 - 2y = 0$; б) $\begin{cases} x = t - \ln t \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases}$

51. Вычислить предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$

52. Исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики

а) $y = 2x^3 - x^2 + 4x + 1$; б) $y = \frac{2}{1+x^2}$

53. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int x^2 \sqrt{2-x} dx$; б) $\int \ln^2 x dx$; в) $\int \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 12}$

54. Вычислить определенные интегралы:

а) б)

$$\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1)dx; \quad \int_0^{\pi} x \sin x dx$$

55. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками: $y = \frac{4}{x^2}$, $x=1$, $y=x-1$

56. Найти длину дуги кривой $y = \sqrt{x^3}$, $0 \leq x \leq 4$

57. Вычислить несобственный интеграл или установить расходимость:

$$\int_0^{\infty} \cos(\pi - 3x) dx.$$

58. Найти область определения функции и изобразить ее на плоскости:

$$z = \frac{3xy}{(2x-5y)}$$

59. Найти частные производные первого и второго порядка: $z = 3x^2y + \frac{x}{y}$.

60. Вычислить значение, используя дифференциал: $e^{0,01} \cdot (2,02)^2$.

61. Найти градиент функции в точке А и производную в точке по направлению вектора:

$$z = \arctg \frac{x}{y}, \quad A(1;1), \quad \bar{a} = -4\bar{i} + 3\bar{j}.$$

62. Укажите ДУ с разделяющимися переменными

$$\begin{array}{ll} \text{а)} (x+y)dx + \cos y dy = 0; & \text{б)} \sin y dy = (x^2 + x^2 y^2) dx; \\ \text{в)} tgy dy = (x^2 + xy) dx; & \text{г)} y' - y = x^3. \end{array}$$

63. Укажите дифференциальное уравнение третьего порядка

$$\text{а)} y'' - y' = 3; \quad \text{б)} y''' + x = 0; \quad \text{в)} y \cdot y' + 3x = 0; \quad \text{г)} y' + \frac{y}{x} = y^3.$$

64. Укажите линейное ДУ первого порядка.

$$\text{а)} y' = ye^x; \quad \text{б)} y' = \frac{x-y}{3x+5y}; \quad \text{в)} y' = y \cdot x^2 + e^x; \quad \text{г)} \frac{dx}{x} = \frac{dy}{e^y + 5}.$$

65. Дифференциальное уравнение $y'(x^2 + 9) = y^3 - 1$ является

- а) дифференциальным уравнением второго порядка;
- б) дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными;
- в) линейным дифференциальным уравнением;
- г) однородным дифференциальным уравнением.

66. ДУ вида $2(y')^2 = (y-1)y''$ решается с помощью замены

$$\text{а)} y' = p(x), y'' = \frac{dp}{dx}; \quad \text{б)} y' = p(y), y'' = p \frac{dp}{dy};$$

$$\text{в)} y = u(x) \cdot v(x), y' = u'v + uv'; \quad \text{г)} y = x \cdot u, y' = u + xu'.$$

67. Запишите характеристическое уравнение ДУ $y'' + 5y = 2x$.

68. Общий интеграл ДУ $\frac{dy}{y+5} = \cos 3x dx$ имеет вид

а) $\ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x + c$;

б) $\frac{1}{5} \ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x + c$;

в) $\ln|y+5| = \sin 3x + c$;

г) $\ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x$.

69. Проинтегрировать дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Решить задачу Коши: $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$, $y(0) = 1$

70. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:
 $y'' + 2y' + y = 0$

71. Решить уравнение: $xyy' = \frac{1+x^2}{1-y^2}$.

72. Решить уравнение: $xy + y^2 = (2x^2 + xy) y'$.

73. Решить задачу Коши: $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, $y(0) = 0$.

74. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка: $(1-x^2) \cdot y'' - xy' = 2$.

75. Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее заданным начальным условиям: $y'' - 7y' + 10y = 0$; $y(0) = 0$; $y'(0) = -3$.

76. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям:

$$y'' - 3y' + 2y = (3 - 4x) \cdot e^{2x}; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

77. Найти решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее заданным начальным условиям, двумя способами: а) с помощью характеристического уравнения; б) методом операционного исчисления.

$$\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y; \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 3.$$

78. Матрицы. Действия над матрицами. Их свойства.

79. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков. Свойства определителей.

80. Элементарные преобразования матриц.

81. Обратная матрица, её вычисление и свойства.

82. Базисный минор матрицы.

83. Ранг матрицы. Его свойства.

84. Системы линейных алгебраических уравнений.
85. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.
86. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.
87. Метод Гаусса решения линейных систем.
88. Числовые множества. Множество вещественных чисел.
89. Функция и ее свойства. Способы задания функций.
90. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
91. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности.
Основные теоремы о пределах.
92. Предел функции в точке.
93. Предел функции в бесконечности.
94. Бесконечно малые в точке функции, их свойства.
95. Некоторые замечательные пределы.
96. Непрерывность функций в точке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
97. Понятие функции, дифференцируемой в точке.
98. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
99. Производная функции, ее смысл в различных задачах.
100. Правила нахождения производной и дифференциала.
101. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
102. Дифференцирование неявных функций.
103. Дифференцирование степенно – показательных функций.
104. Производные и дифференциалы высших порядков.
105. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши.
106. Правило Лопиталя.
107. Условия монотонности функции. Экстремумы функции. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.
108. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций.
109. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
110. Первообразная функция (основные понятия и теоремы). Определение неопределённого интеграла.
111. Основные свойства неопределённого интеграла.
112. Основные методы интегрирования (непосредственно, разложением, заменой переменной).
113. Интегрирование по частям.
114. Интегрирование рациональных дробей (общая схема).

115. Интегрирование тригонометрических функций.
116. Интегрирование иррациональных функций.
117. Определённый интеграл (определение, основные понятия).
118. Свойства определённого интеграла.
119. Способы вычисления определённого интеграла
120. Геометрические приложения определённого интеграла.
121. Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения.
122. Понятие дифференциального уравнения. Понятие решения дифференциального уравнения, общего и частного решения.
123. Задача Коши.
124. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
125. Линейные дифференциальные уравнения. Решение линейных дифференциальных уравнений методом вариации постоянной (методом Лагранжа)
126. Линейные дифференциальные уравнения. Решение линейных дифференциальных уравнений методом подстановки $y = u \cdot v$ (методом Бернулли).
127. Дифференциальные уравнения Бернулли.
128. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
129. Дифференциальные уравнения 1-го порядка в полных дифференциалах.
130. Дифференциальные уравнения высших порядков. Типы уравнений, допускающих понижения порядка.
131. Дифференциальные уравнения второго порядка. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
132. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
133. Системы дифференциальных уравнений. Основные методы решения.
134. Приложения ОДУ в различных областях.